

14º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP - 2023

MÓDULO DE PROGRAMA PARA RESOLUÇÃO DE TRELIÇAS PLANAS VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

BEATRIZ. P. DA SILVA¹, GUSTAVO. C. NIRSCHL²

¹ Graduando em Engenharia Civil, pesquisadora PIVICT, IFSP, Câmpus Votuporanga, beatriz.perreti@aluno.ifsp.edu.br.

² Professor orientador, Mestre em Engenharia Civil, IFSP, Câmpus Votuporanga, nirschl@ifsp.edu.br.

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 3.01.02.04-9 Estruturas; Mecânica das Estruturas.

RESUMO: Um grupo de pesquisa cadastrado no CNPq tem criado programas de computador hospedados em *site* que geram relatório de todos os cálculos efetuados, objetivando, portanto, além do estudo, a visualização dos resultados. Santos Junior, Lopes e Nirschl (2016) criaram um ambiente CAD *on-line* para que usuários desenhem estruturas lineares planas, no âmbito da Engenharia Civil, sendo possível a realização de quaisquer análises a partir desta entrada gráfica. Neste trabalho, houve a criação de um módulo para análise estrutural de treliças planas via Método dos Elementos Finitos, sendo que todos os passos até os resultados de deslocamentos e esforços são mostrados dentro de um relatório em pdf. O módulo, assim como os outros programas do referido grupo de pesquisa, foi criado em linguagem HTML/Javascript. O programa se mostrou eficaz e os resultados obtidos de deslocamento e esforços são confiáveis, comparados a outros exemplos estudados.

PALAVRAS-CHAVE: análise estrutural; deslocamentos; esforços; relatório; Elementos Finitos; treliças planas.

PROGRAM MODULE FOR RESOLUTION OF PLANE TRUSSES VIA FINITE ELEMENT METHOD

ABSTRACT: A research group registered with CNPq has created computer programs hosted on a website that generate a report of all the calculations made, thus aiming, in addition to the study, to visualize the results. Santos Junior, Lopes and Nirschl (2016) created an online CAD environment for users to draw planar linear structures, within the scope of Civil Engineering, making it possible to perform any analysis from this graphic input. In this paper, there was the creation of a module for structural analysis of planar trusses via Finite Element Method, and all the steps to the results of displacements and forces are shown within a pdf report. The module, as well as the other programs of the research group, was created in HTML/Javascript language. The program proved to be effective and the results obtained from displacement and internal forces are reliable, compared to other examples studied.

KEYWORDS: structural analysis; displacements; internal forces; report; Finite Element; plane trusses.

INTRODUÇÃO

Sales (2005) define treliças como estruturas reticuladas que formam painéis triangulares, ligadas por rótulas, que sofrem somente ação de cargas nos nós. Nesse contexto, apresenta-se o desenvolvimento de um novo módulo dentro do programa IFESTRUT, com objetivo de realizar a análise estrutural de treliças planas pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), além de apresentar resultados como deslocamentos e esforços em relatório pdf, de fácil entendimento, tanto para alunos, como professores e demais profissionais na área da Engenharia Civil.

Assan (2003) destaca o método de Rayleigh-Ritz como base para desenvolver o MEF, em que o domínio é dividido em elementos finitos, constituindo-se uma malha de elementos, com os nós como pontos de intersecção. Silva Neto, Lopes e Lopes (2007) citam a formulação variacional, a partir do Método de Rayleigh-Ritz com função de aproximação polinomial linear para os deslocamentos axiais da forma $u(x) = a_1 + a_2x$. Conforme Assan (2003), os coeficientes a_i são determinados pelas condições de contorno da barra e x é a posição no eixo local da barra. Ainda conforme Assan (2003), se faz uma manipulação matemática para que os coeficientes a_i sejam os deslocamentos nodais da barra, o que diferencia o MEF do Método de Rayleigh-Ritz.

Ao final do devido tratamento teórico, mostrado, por exemplo, em Assan (2003), a obtenção dos deslocamentos nodais resulta da resolução de um sistema linear do tipo $k*u = r$, sendo k a chamada matriz de rigidez global da estrutura, u o vetor de deslocamentos nodais global da estrutura e r o vetor de cargas global da estrutura.

A montagem do sistema global descrito passa, antes, pela montagem das matrizes de rigidez locais de cada barra, sendo, após, feita a devida inserção destas no sistema global.

MATERIAL E MÉTODOS

Um grupo de pesquisa cadastrado no CNPq vem criando programas de computador hospedados em *site* que geram relatório em pdf de todos os cálculos efetuados, objetivando, portanto, o estudo e não somente a visualização dos resultados. Santos Junior, Lopes e Nirschl (2016), membros do grupo de pesquisa ao qual este trabalho faz parte, criaram um ambiente CAD *on-line* para que usuários desenhem estruturas lineares, no âmbito da Engenharia Civil, sendo possível a realização de quaisquer análises a partir desta entrada gráfica. O programa chamado “IFESTRUT” é disponível *on-line* e sua tela está mostrada na figura 1, já com uma treliça desenhada.

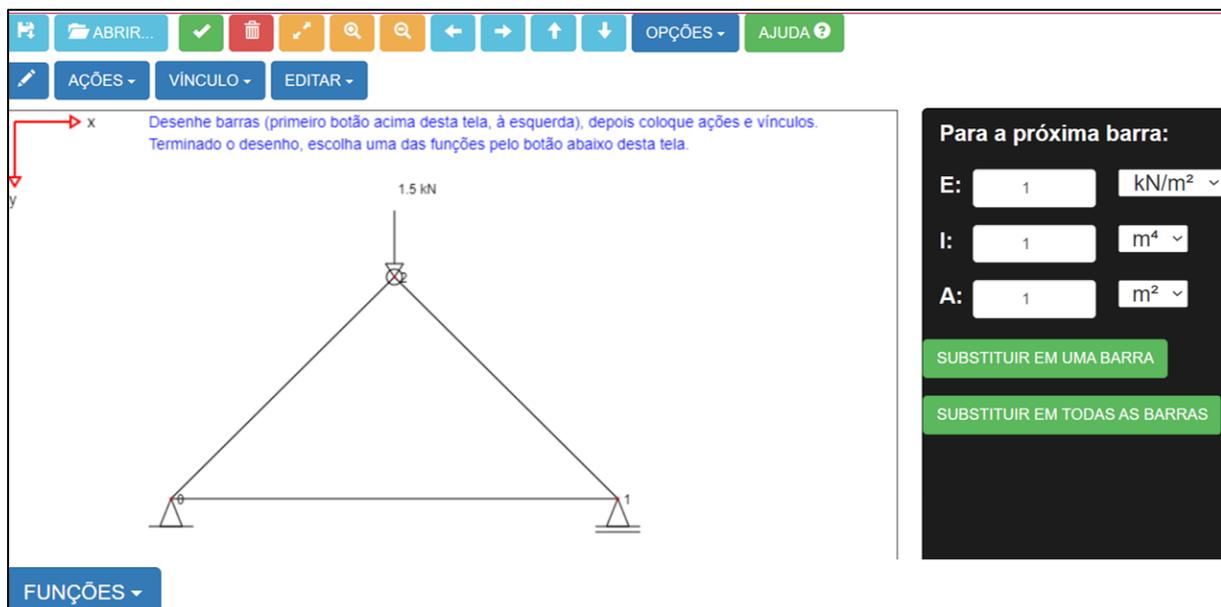


FIGURA 1. Entrada gráfica do programa em funcionamento. Fonte: O próprio autor usando o “IFESTRUT”.

Observar, na figura 1, que há um botão “FUNÇÕES”, onde são inseridos os módulos de cálculo do programa, que são desenvolvidos nos trabalhos do grupo de pesquisa. Neste trabalho, apresenta-se a criação de um módulo para a análise de treliças planas via Método dos Elementos Finitos.

Foram empregadas as linguagens HTML (*HyperText Markup Language*) e Javascript, que pode ser estudada em W3Schools (REFSNES DATA, 1998), para criar as rotinas de cálculo do módulo do programa proposto, incorporadas como um módulo do programa principal. O módulo de programa tem a geração de relatório em PDF, que mostra todos os cálculos envolvidos, passo a passo. Tal relatório foi criado com o auxílio da biblioteca PDFMake (Pampuch e Libor, 2020).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Considerando a figura 1, com uma treliça de exemplo desenhada, ao clicar em “FUNÇÕES”, aparece o acesso ao módulo aqui apresentado, denominado “TRELIÇA – MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS”. Os resultados são exibidos principalmente na forma do relatório em pdf, com seu início mostrado na figura 2.

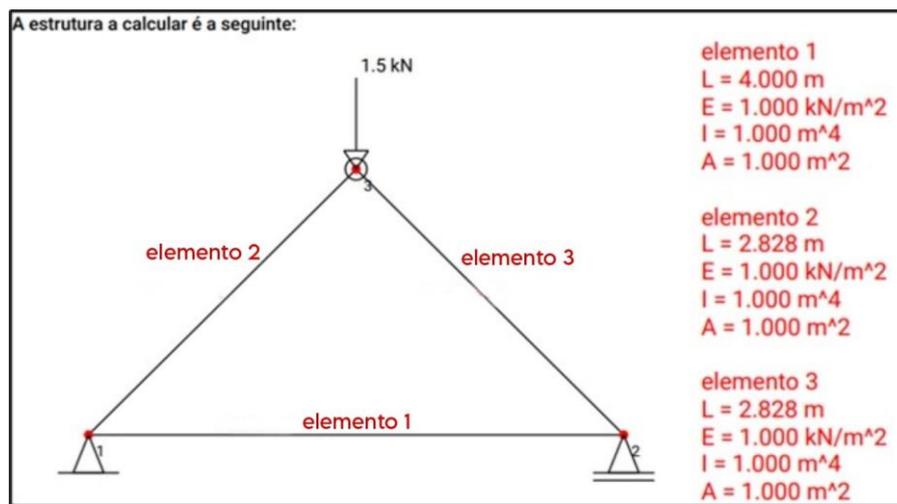


FIGURA 2. Página 1 do relatório PDF com a enumeração dos nós e elementos e com as características de cada um. Fonte: O próprio autor usando o “IFESTRUT”, dentro do módulo criado e aqui apresentado.

A figura 3 mostra outra parte do relatório, contendo os passos de cálculo da treliça via MEF referentes à matriz de rigidez do elemento 1 e sua rotação para os eixos globais.

Para o cálculo do grau de hiperestaticidade, utiliza-se a fórmula $G=B-2*N$.

Em que:
 $B = \text{número de barras} + 2*(\text{número de apoios fixos}) + 1*(\text{número de apoios móveis})$
 $N = \text{número de nós}$

A estrutura possui 3 barras, 1 apoios fixos, 1 apoios móveis e 3 nós.

Desta forma a equação fica:
 $G=(3+(2*1)+(1*1))-2*3$
 $G=0$

A estrutura está isostática.

Abaixo segue a resolução para a estrutura desenhada.

ATENÇÃO: A PARTIR DAQUI, O PROGRAMA INTERNAMENTE TRABALHA NO SISTEMA kN-m.

Elemento 1 - Nós (1 - 2) (esta é a cor referente a este elemento no sistema global)
Módulo de Elasticidade (E): 1.000kN/m²
Momento de inércia (I): 1.000m⁴
Área da seção (A): 1.000m²
Comprimento da Barra (l): 4.000 m

Segue a matriz de rigidez local do elemento (k1,2): unidades em kN e m			
0.250	0.0000	-0.250	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.250	0.0000	0.250	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

$\Delta x = 4.000 \text{ m}; \Delta y = 0.000 \text{ m};$

Elemento horizontal i-j:
 Ângulo = 0°.

Ângulo da barra: 0.000 rad = 0.000 graus.

Abaixo se encontra a matriz de rotação (ou vetor transformação) (T1,2)

1.000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	1.000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	1.000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	1.000

FIGURA 3. Página 2 do relatório PDF com o cálculo do grau de hiperstaticidade e matriz de rigidez do elemento 1 e sua rotação para os eixos globais. Fonte: O próprio autor usando o “IFESTRUT”, dentro do módulo criado e aqui apresentado.

A figura 4 apresenta a página 5 do relatório, com os passos de cálculo da treliça via MEF referentes à matriz de rigidez global e o vetor de forças da treliça.

A figura 5 retrata outra parte do relatório, que apresenta os passos de cálculo da treliça via MEF referentes ao sistema linear global após aplicadas as condições de contorno e sua resolução, levando aos deslocamentos globais.

Para a validação do módulo, a figura 6 traz os resultados da mesma treliça calculada pelo *software* Ftool, de Martha (2017), sendo os resultados idênticos.

Além do exemplo da treliça aqui apresentado, diversas outras foram testadas para análise de dados e os resultados obtidos foram compatíveis com exemplos listados em livros como Assan (2003).

0.0000	0.0000	-0.707	0.707
--------	--------	--------	-------

Matriz de rigidez do elemento com as coordenadas locais transformadas em coordenadas globais (kR3, 2): unidades em kN e m

0.177	-0.177	-0.177	0.177
-0.177	0.177	0.177	-0.177
-0.177	0.177	0.177	-0.177
0.177	-0.177	-0.177	0.177

Para a montagem da matriz global é necessário que siga o esquema que é apresentado abaixo, uma vez que nem sempre a estrutura apresenta barras com nós em sequência numérica.

Segundo Assan (2003), A posição de cada elemento "e" de nós i-j da matriz de rigidez local na matriz de rigidez global da estrutura é dada por:



$$k_{R3} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \vdots & 2i-1 & 2i & 2j-1 & 2j & \vdots \end{matrix} \\ \begin{matrix} \vdots \\ 2i-1 \\ 2i \\ 2j-1 \\ 2j \\ \vdots \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

OBS: Os elementos da matriz global que não forem preenchidos são zerados.

A matriz de rigidez global (KG) normalmente é grande, por isso está impressa com letras de tamanho reduzido ou não pôde ser impressa. Ela pode ser melhor visualizada no arquivo MATRIZES.html (com cores) que pode ser gerado pelo botão ARQUIVOS.

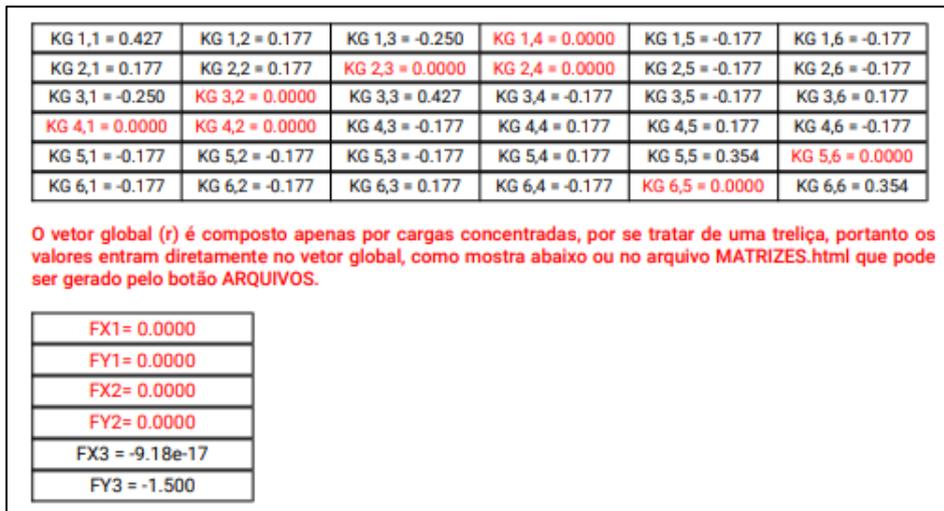


FIGURA 4. Página 5 do relatório PDF com a elaboração da matriz de rigidez global e vetor de forças da treliça. Fonte: O próprio autor usando o “IFESTRUT”, dentro do módulo criado e aqui apresentado.

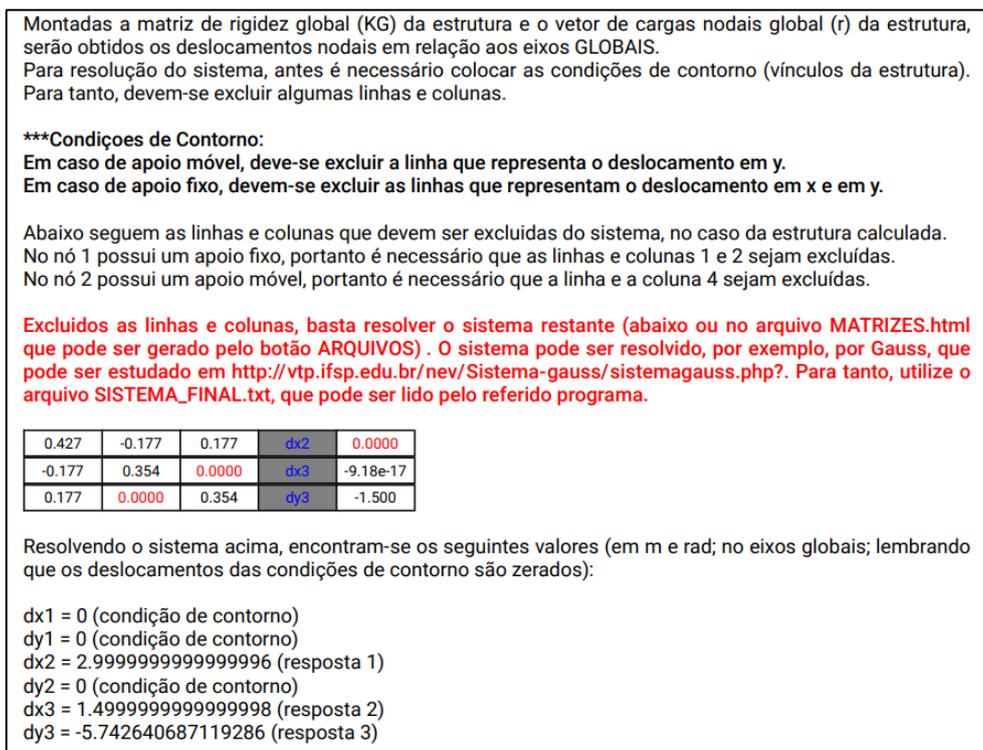


FIGURA 5. Página 6 do relatório PDF, com sistema linear global após aplicadas as condições de contorno e sua resolução, levando aos deslocamentos globais. Fonte: O próprio autor usando o “IFESTRUT”, dentro do módulo criado e aqui apresentado.

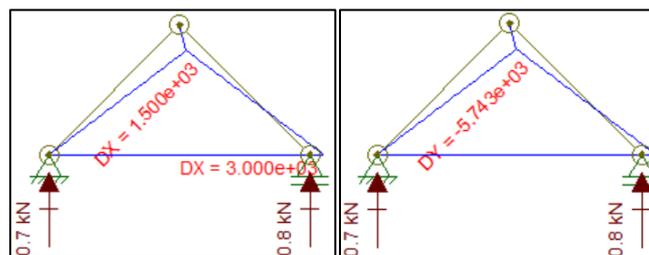


FIGURA 6. Resultados da mesma treliça calculada pelo software Ftool, de Martha (2017). Fonte: O próprio autor usando o Ftool.

CONCLUSÕES

O módulo de programa mostrou resultados satisfatórios, houve a implementação das rotinas computacionais sobre o Método dos Elementos Finitos aplicado a treliças planas e a criação de rotinas computacionais para a geração de relatório em PDF contendo, além da resolução numérica, principalmente todos os procedimentos de cálculo utilizados.

O módulo de programa se mostra realmente de fácil entendimento para que, tanto alunos como professores e demais profissionais na área da Engenharia Civil possam usá-lo para estudar e analisar os cálculos de treliças planas via Método dos Elementos Finitos.

CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

B.P.S. realizou o desenvolvimento, implementação e teste do módulo de *software*, a curadoria e a análise dos dados, além de proceder com a metodologia e redação do trabalho.

G.C.N. foi responsável pela supervisão do projeto, além de contribuir com a revisão do trabalho e aprovação da versão submetida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao IFSP e ao meu orientador por toda ajuda durante o desenvolvimento da pesquisa voluntária.

REFERÊNCIAS

ASSAN, A. E. **Método dos Elementos Finitos: primeiros passos**. 2.ed. Campinas: Editora UNICAMP, 2003.

MARTHA, L. F. **Ftool**: Two-dimensional Frame Analysis Tool. Versão básica 4.00.03. Ftool para Windows. Rio de Janeiro: Instituto Tecgraf/PUC-Rio, 2017. Disponível em: <https://www.Ftool.com.br/Ftool/>. Acesso em: 03 ago. 2023.

PAMPUCH, B.; LIBOR, M. **PDFMake**: Client/server side PDF printing in pure JavaScript. Versão 0.1.6.8. [S. l.], 2020. Disponível em: <http://www.pdfmake.org>. Acesso em: 20 mar. 2023.

REFSNES DATA (Noruega). **W3Schools**: Site de desenvolvedores web, [S.I.], 1998. Disponível em <http://www.w3schools.com/>. Acesso em 20 mar. 2023.

SALES, J. J. de. *et. al.* **Sistemas Estruturais: teorias e exemplos**. São Carlos: Departamento de Engenharia de Estruturas – EESC-USP, 2005.

SANTOS JUNIOR, L. J.; LOPES, A. J. F.; NIRSCHL, G. C. **Programa base cad para a análise de estruturas lineares**. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA DO IFSP, 7., 2016, Matão. **Anais** [...]. Matão: IFSP, 2016 Disponível em <//mto.ifsp.edu.br/images/CPI/Anais/IC/1720.pdf>. Acesso em: 01 mar. 2023.

SILVA NETO, G. C. da; LOPES, R. C.; LOPES, A. P. **O Método dos Elementos Finitos em treliças planas na disciplina de mecânica computacional**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA – COBENGE, 35., 2007, Curitiba. **Anais** [...]. Curitiba: ABENGE, 2007. Disponível em: <http://www.abenge.org.br/cobenge/legado/arquivos/12/artigos/434-Gustavo%20Cunha.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2023.